Studia Paradyskie, t. 22, 2012, s. 109-120

Anna Maria Karczewska
Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II

Uwagi o rozumieniu funktorów modalnych

Wstęp

Logiki modalne mają reprezentować argumentację, w której istotną rolę odgrywają pojęcia modalne – pojęcia konieczności i możliwości. Pojęcia te są wieloznaczne już w języku naturalnym, dodatkową trudność stanowi fakt istnienia wielu różnych i nierównoważnych systemów logiki, w których funktory modalne mają też odmienne znaczenia. Niniejszy tekst przedstawia niektóre problemy związane z interpretacją funktorów modalnych.

W pierwszej kolejności omówiony jest formalizm podstawowych normalnych logik modalnych **K**, **T**, **D**, **S4** i **S5**. Następnie analizowane są trudności dotyczące rozumienia modalności iterowanych w tych logikach. W części ostatniej ukazana jest interpretacja logiki **S5** E. I. Lemmona jako logiki konieczności rozumianej jako analityczność.

1. Ogólna charakterystyka logiki modalnej

Język logiki modalnej wzbogacony jest w stosunku do języka logiki klasycznej o dwa jednoargumentowe funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych: „□" (czytane jako „*konieczne, że*") oraz „◊" (czytane „*możliwe, że*"). Funktory te, zwane funktorami modalnymi, są wzajemnie definiowalne, zwykle więc jeden z nich uznaje się za pierwotny, a drugi wyprowadza definicyjnie. Do **alfabetu** tego języka należą zatem następujące symbole:

– litery zdaniowe: „p", „q", „r", itd.;
– funktory prawdziwościowe: „¬", „∧", „∨", „→", „≡";
– funktory modalne: „□", „◊";
– nawiasy.

Przyjmujemy przy tym, że liter zdaniowych jest nieskończenie, ale przeliczalnie wiele.

Zbiór wyrażeń języka logiki modalnej jest najmniejszym zbiorem spełniającym warunki:

1. zawiera wszystkie litery zdaniowe,
2. jeżeli φ należy do tego zbioru, to $\ulcorner\neg\ \varphi\urcorner$, $\ulcorner(\Box\ \varphi)\urcorner$, $\ulcorner(\Diamond\ \psi)\urcorner$ też do niego należą,
3. jeżeli φ, ψ należą do zbioru wyrażeń, to należą też do niego: $\ulcorner\varphi \wedge \psi)\urcorner$, $\ulcorner(\varphi \vee \psi)\urcorner$, $\ulcorner(\varphi \rightarrow \psi)\urcorner$, $\ulcorner(\varphi \equiv \psi)\urcorner$.

Greckie litery φ i ψ będą oznaczały dowolne wyrażenie języka logiki modalnej.

Interpretacja

Funktory klasycznego rachunku zdań rozumiane są w logice modalnej tradycyjnie, to znaczy, wartość logiczną wyrażeń złożonych języka logiki modalnej, w których nie występują funktory modalne, wyznaczają wartości logiczne ich argumentów. Można więc powiedzieć, że określenie wartości logicznej wyrażeń niemodalnych wymaga znajomości faktów. Tymczasem, aby określić wartość logiczną wyrażeń zbudowanych z użyciem funktorów modalnych, należy, oprócz ustalenia, jak rzeczy aktualnie się mają, wziąć pod uwagę to, jak rzeczy mogłyby się mieć, jak mają się rzeczy w innych, alternatywnych wobec aktualnego, stanach rzeczy. Zakłada się, że dla każdego wyobrażalnego stanu rzeczy istnieje pewien zakres stanów, które są możliwe ze względu na ten stan rzeczy. W takim razie, dla dowolnego stanu rzeczy:

– wyrażenie o postaci „jest możliwe, że φ” jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy φ jest prawdą w co najmniej jednym stanie rzeczy możliwym ze względu na ten początkowy stan rzeczy;
– wyrażenie o postaci „jest konieczne, że φ” jest prawdą, kiedy φ jest prawdą w każdym alternatywnym stanie rzeczy[1].

Sens tych definicji jest taki, że, dla przykładu, zdanie „Możliwe, że dziś jest wtorek” jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie „Jest wtorek” jest prawdą w co najmniej jednym alternatywnym stanie rzeczy, a zdanie „Konieczne, że dziś jest wtorek” jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy „Jest wtorek” jest prawdą w każdym alternatywnym stanie rzeczy.

Te alternatywne stany rzeczy nazywa się w logice modalnej światami możliwymi. Możliwy świat można inaczej rozumieć jako zbiór zdań uznanych za prawdziwe. Z kolei zdania, które do tego zbioru nie należą, są, tym samym, uznane w tym świecie za fałszywe.

[1] G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *A New Introduction to Modal Logic*, New York 1996, s. 17.

Struktura modelowa[2]

Niech W $(W \neq \emptyset)$ będzie zbiorem (uniwersum modelu), $R \subseteq W \times W$ – relacją. Wówczas parę $<W,R>$ nazywamy *strukturą relacyjną*. Elementy zbioru W nazywamy światami, a relację R – *relacją alternatywności* albo relacją *dostępności*.

Struktura modelowa staje się modelem relacyjnym dzięki przypisaniu wartości zmiennym zdaniowym w różnych światach (ustaleniu „jak mają się rzeczy”).

Model relacyjny

Modelem relacyjnym nazywamy trójkę $\mathfrak{M} =< W,R,V >$, gdzie W jest niepustym zbiorem, R – relacją na zbiorze, a V funkcją przyporządkowującą wartości logiczne zbiorowi wyrażeń (S).

$$V: S \times W \rightarrow \{1,0\}$$

- Dla dowolnej pojedynczej zmiennej zdaniowej $V(\varphi, w) = 1$ lub $V(\varphi, w) = 0$.
- $V(\neg\varphi, w) = 1$ wtw $V(\varphi, w) = 1$. W innym wypadku $V(\neg\varphi, w) = 0$.
- $V(\varphi \wedge \psi, w) = 1$ wtw $V(\varphi, w) = 1$ i $V(\psi, w) = 1$. Inaczej $V(\varphi \wedge \psi, w) = 0.$
- $V(\varphi \vee \psi, w) = 1$ wtw $V(\varphi, w) = 1$ lub $V(\psi, w) = 1$. $V(\varphi \vee \psi, w) = 0$.
- $V(\varphi \rightarrow \psi, w) = 1$ wtw $V(\varphi, w) = 0$ lub $V(\psi, w) = 1$. Inaczej $V(\varphi \rightarrow \psi, w) = 0$.
- $V(\varphi \equiv \psi, w) = 1$ wtw $V(\varphi, w) = V(\psi, w)$. Inaczej $V(\varphi \equiv \psi, w) = 0$.
- $V(\Box\varphi, w) = 1$ wtw $\forall w' \in W: (wRw' \rightarrow V(\varphi, w') = 1)$. Inaczej $V(\Box\varphi, w) = 0$.
- $V(\Diamond\varphi, w) = 1$ wtw $\exists w' \in W: (wRw' \wedge V(\varphi, w') = 1)$. Inaczej $V(\Diamond\varphi, w) = 0$.

Prawdziwość

Niech $\mathfrak{M} =< W,R,V >$, wówczas $\mathfrak{F} \vDash \varphi$ wtedy i tylko wtedy, gdy $(\forall w \vDash \mathrm{W})$ $\mathfrak{M}$, w $\vDash \varphi$

Zdanie jest prawdziwe w modelu $\mathfrak{M}$, gdy jest prawdziwe w każdym świecie należącym do zakresu tego modelu.

Niech $\mathfrak{F} = < W,R >$, wówczas $\mathfrak{F} \vDash \varphi$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego $\mathrm{V}: \mathrm{S} \times \mathrm{W} \rightarrow \{1,0\}$, jeśli $\mathfrak{M} = W,R,V$, to $\mathfrak{M} \vDash \varphi$.

Zdanie jest prawdziwe w strukturze $\mathfrak{F}$ wtedy i tylko wtedy, gdy jest prawdziwe w każdym modelu na tej strukturze, to znaczy, przy dowolnym wartościowaniu V określonym dla tej struktury.

Niech $\mathfrak{K}$ będzie klasą struktur relacyjnych $\mathfrak{F}$, wówczas $\mathfrak{K} \vDash \varphi$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{F} \vDash \varphi$ dla dowolnej struktury relacyjnej $\mathfrak{F} \in \mathfrak{K}$.

Zdanie jest prawdziwe w klasie struktur $\mathfrak{K}$, gdy jest prawdziwe w każdej strukturze należącej do tej klasy, a zatem, niezależnie od własności relacji dostępności.

[2] Por. tamże, s. 36-39.

Powyższa charakterystyka prawdziwości formuł pokazuje, że opisywane w rachunkach modalnych zależności pomiędzy modalnościami dotyczą struktury porządkowej układu możliwych światów, czyli własności relacji dostępności pomiędzy światami[3].

Scharakteryzowana powyżej konstrukcja matematyczna, dostarczająca interpretacji stałym języka logiki modalnej nazywana jest semantyką relacyjną (albo semantyką Kripkego).

2. Niektóre istotne rachunki

Rachunkiem logiki nazywa się najmniejszy zbiór formuł zawierający podane aksjomaty i zamknięty na stosowanie danego zbioru reguł[4]. Aksjomaty systemu, wraz z formułami, które można z nich wyprowadzić za pomocą reguł, są tezami systemu. Gdy każda teza systemu jest wyrażeniem prawdziwym w semantyce, system ten nazywany jest *poprawnym*, a gdy każde wyrażenie prawdziwe w semantyce jest tezą systemu – *pełnym*.

Rozszerzeniem jakiegoś systemu **S** nazywamy taki system **S’**, że zbiór tez systemu **S** jest podzbiorem zbioru tez systemu **S’**.

Od początków badań w zakresie logik modalnych do dzisiaj zbudowano i przeanalizowano cały arsenał takich systemów o różnych wybranych aksjomatach i regułach. Poniżej zostaną pokrótce przedstawione najważniejsze z nich[5].

System K, zgodnie z tym, co zostało napisane wyżej, posiada jako aksjomaty wszystkie prawa klasycznego rachunku zdań, oraz aksjomat modalny:

K $\quad \Box (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

i jest zamknięty na stosowanie reguł:

– Reguła podstawiania, **US**:

$$\frac{\vdash \varphi}{\vdash \varphi[\psi 1 / p1, \ldots, \psi n / pn]}$$

Na mocy tej reguły, jeżeli tezą systemu jest φ, to każde podstawienie wyrażenia φ jest tezą systemu.

– Reguła odrywania, **MP** (*Modus Ponens*):

3 J. Perzanowski, *Logiki modalne a filozofia*, Kraków 1989, s. 23.

4 K. Świrydowicz, *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2004, s. 43.

5 Systemy logiki modalnej, o ile nie podano inaczej, są charakteryzowane [za:] G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *A New Introduction to Modal Logic*, s. 23-71.

$$\frac{\vdash \varphi,\ \varphi \rightarrow \psi}{\vdash \psi}$$

Na mocy reguły odrywania, jeżeli tezą jest φ oraz φ → ψ, to tezą jest również ψ.

– Reguła konieczności, **RN**:

$$\frac{\vdash \varphi}{\vdash \Box\varphi}$$

Zgodnie z regułą konieczności, jeżeli jakieś wyrażenie φ jest tezą systemu **K**, to tezą **K** jest też wyrażenie □φ.

Reguła podstawiania oraz reguła odrywania nie są swoiście modalnymi regułami. Ta pierwsza (**US**) jest nieodzowna dla każdego systemu logiki zawierającego klasę symboli interpretowanych jako zmienne zdaniowe, druga (**MP**) daje wyraz prawdziwościowemu znaczeniu funktora implikacji. Swoiście modalną jest reguła konieczności.

Pozostałe systemy normalnej logiki modalnej są rozszerzeniami **K**

System T, po raz pierwszy opracowany jednocześnie przez R. Feysa i G. H. von-Wrighta, zawiera **K** oraz aksjomat

T $\Box p \rightarrow p$.

Aksjomat ten, nazywany aksjomatem konieczności, jest odpowiednikiem scholastycznej zasady: *a necesse ad esse valet consequentia*; T jest prawdziwy w klasie wszystkich zwrotnych struktur relacyjnych. System **T**} jest poprawny i pełny we wszystkich modelach, w których relacja *R* jest zwrotna.

System D zawiera **K** oraz aksjomat

D $\Box p \rightarrow \Diamond p$.

D jest podstawowym aksjomatem przyjmowanym w logikach deontycznych. Zinterpretowany deontycznie głosi, że cokolwiek jest nakazane („□”), jest dozwolone („◊”). Określany jest też jako zasada Arystotelesa[6]. D jest prawdziwy w klasie serialnych struktur relacyjnych. System **D** jest poprawny i pełny we wszystkich modelach, w których relacja *R* jest serialna.

6 J. Perzanowski, *Logiki modalne a filozofia*, s. 17.

System S4 zawiera **T** oraz aksjomat

4 $\Box p \rightarrow \Box \Box p$.

Wzór **4** jest prawdziwy w klasie przechodnich struktur relacyjnych. System **S4** jest poprawny i pełny we wszystkich modelach, w których relacja *R* jest przechodnia.

System S5 zawiera **T** oraz aksjomat

5 $\neg \Box p \rightarrow \Box \neg \Box p$.

Aksjomat **5** jest prawdziwy w klasie struktur relacyjnych, w których relacja dostępności jest równoważnościowa (tzn. zwrotna, przechodnia i symetryczna). System **S5** jest poprawny i pełny we wszystkich modelach, w których relacja *R* jest zwrotna, symetryczna, przechodnia.

3. Trudności w interpretacji modalności iterowanych

W ramach rachunku logicznego, *modalnością* nazywać będziemy sekwencję *n* (gdzie $n \in \mathbb{N}$) zdaniotwórczych funktorów o jednym argumencie zdaniowym – negacji, konieczności, możliwości. Ponieważ $n \in \mathbb{N}$ liczba potencjalnych modalności jest nieskończona. Zgodnie z definicjami modalnościami są na przykład: dla $n = 1$ – „$\neg$”; „$\Box$”, dla $n = 3$ – „$\neg\Diamond\neg$”, dla $n = 5$ – „$\neg\neg\Diamond\Box\Box$”.

Modalność złożoną, z dwu lub więcej funktorów modalnych, określa się mianem *modalności iterowanej* (albo, zamiennie, modalności drugiego lub wyższego rzędu). Modalność nie-iterowaną nazywa się modalnością prostą. Z wymienionych powyżej modalności, iterowaną jest tylko ostatnia – „$\neg\neg\Diamond\Box\Box$”.

Jak wiadomo, „$\Box$” i „$\Diamond$”, w zdaniowej logice modalnej, są funktorami zdaniowymi, syntaktycznie analogicznymi do funktora negacji albo do funktora „prawdą jest, że …”. Funktor negacji tworzy z argumentem zdanie prawdziwe, gdy jego argument jest zdaniem fałszywym, „prawdą jest, że …” daje zdanie prawdziwe, w połączeniu ze zdaniem prawdziwym. Podobnie funktor konieczności tworzy zdanie prawdziwe, gdy jest zastosowany do zdania koniecznego, a funktor możliwości – do zdania możliwego.

Reguły składniowe języka logiki modalnej pozwalają na formułowanie dowolnie długich wyrażeń przez poprzedzenie wyrażenia jednym z jednoargumentowych funktorów. W ten sposób można uzyskać nieskończoną liczbę modalności – bez względu na to, z jak wielu funktorów składa się dana modalność, można dla niej zbudować modalność wyższego rzędu.

Wielokrotnie złożona modalność – choćby „□□”, „□◊□”, albo „◊◊◊” – tworzy zdanie prawdziwe, gdy zdanie będące jej argumentem jest – koniecznie konieczne, koniecznie możliwie konieczne lub możliwie możliwie możliwe.

Interpretacja tego rodzaju modalności jest kwestią problematyczną. Przy obiektywistycznym podejściu do kategoryzacji sądowej, zgodnie z którym powiązaniu pojęć w zdaniu (wyrażającym sąd) odpowiada zawsze związek między rzeczywistymi bytami, przedmiotem zdań (i sądów) modalnych jest jakaś realna konieczność lub możliwość, obiektywne własności stanów rzeczy, a iterowanie modalności jest zabiegiem redundantnym i niezrozumiałym[7].

Z drugiej strony można uznać funktory modalne za syntaktyczne warianty predykatów odnoszących się do nazw zdań lub do zdań cytowanych. Taki predykat „□”, oznaczający „jest koniecznie prawdziwe”, jest analogiczny do „…jest prawdziwe” w teorii Tarskiego i ma charakter metajęzykowy[8].

Powszechnie przyjmuje się, że koniecznie prawdziwe są prawdy logiczne, dlatego można poważyć się na interpretację „□ p” jako „«p» jest prawem logiki”.

Jeżeli „□ p” byłoby interpretowane jako „«p» jest twierdzeniem *S*”, gdzie *S* jest pewnym systemem logiki, to „□ □ p” należałoby interpretować następująco: „«□ p» jest twierdzeniem *M*”, dla *M* będącego metajęzykiem *S*: „Inaczej mówiąc, zwielokrotnione operatory modalne nie byłyby jednoznaczne (*univocal*), lecz każdy odnosiłby się do bycia twierdzeniem lub prawdą logiczną w jednej z hierarchicznie uporządkowanych teorii”[9]. Jednak w typowych logikach modalnych iterowane funktory modalne są rozumiane jednoznacznie, w związku z czym nie podlegają takiej interpretacji[10].

5. Interpretacja logiki S5

Roszczeniem logiki modalnej jest reprezentowanie argumentacji związanej z pojęciami konieczności i możliwości[11]. Faktem jest, że istnieje nieskończona liczba różnych systemów tejże logiki. Te same wyrażenia modalne pozwalają na wyprowadzenie w różnych systemach, odmiennych twierdzeń[12], a zatem w róż-

[7] S. Kiczuk, *O logice modalnej*, „Roczniki Filozoficzne” 52 (2004) nr 1, s. 205.

[8] S. Haack, *Logika modalna*, [w:] J. Woleński [red.], *Fragmenty filozofii analitycznej. Filozofia logiki*, Warszawa 1997, s. 195-196.

[9] Tamże, s. 197.

[10] Tamże, s. 197.

[11] Tamże, s. 183.

[12] Fakt ten w dużym stopniu przyczynił się do sceptycyzmu wielu filozofów wobec logiki modalnej i samych pojęć modalnych: „What was needed, that is, was a *modal logic*. And there were modal systems in the literature. The difficulty was that there were too many of them. Logicians had worked on the systematization of modal inferences, but what they had found is that it is possible

nych systemach logiki modalnej nadaje się funktorom modalnym różne znaczenia.

Kwestią szeroko dyskutowaną jest, czy istnieje jakiś system właściwy, to znaczy, czy istnieje jakieś uprzywilejowane, jedyne poprawne znaczenie „konieczności”[13].

Przedstawione powyżej systemy – **S4** oraz **S5** – cieszą się największą popularnością wśród tych, którzy twierdzą, że istnieje poprawna logika modalna[14]. Interesującą interpretację tych systemów przedstawia E. J. Lemmon w artykule *Is There Only One System of Correct Modal Logic?* Lemmon stoi na stanowisku logicznego pluralizmu. Jego zdaniem, nie istnieje jedyna bezwzględnie poprawna logika modalna, a pojęcie poprawności należy zrelatywizować do interpretacji (*correctness under interpretation*). Interpretacja polega na przyporządkowaniu symbolom rachunku zwrotów języka naturalnego, w taki sposób, że wyrażenia rachunku staną się zdaniami tego języka, czyli na dostarczeniu *klucza interpretacyjnego*. Lemmon nazywa system *poprawnym* ze względu na interpretację, gdy wszystkie tezy przełożone według klucza na język naturalny dają zdania prawdziwe, a wyrażenia, które nie są tezami, dają zdania fałszywe[15]. System **S5** jest, zdaniem Lemmona, w takim sensie poprawną logiką dla „□” zinterpretowanego jako „jest prawdą analityczną”. Warto zauważyć, że funktor „□” jest tu rozumiany metajęzykowo, jak było sugerowane przy omawianiu iterowanych modalności.

---

to generate different and nonequivalent modal logics, logics that give different answers to the question «Which modal sentences follow from a given set of modal sentences?» And this fact played directly into the hands of those critical of the use of modal notions. From their perspective, the possibilty of providing nonequivalent systematizations of modal inference showed that we really have no firm grasp of the notions of necessity and possibility, and served to confirm their allegiance to the ideal of a thoroughly extensional language”, M. Loux, *Metaphysics. A contemporary Introduction*, London–New York 2006, s. 156.

13 Należy zauważyć, że spór, o istnienie właściwej czy poprawnej logiki modalnej, jest fragmentem większej dyskusji pomiędzy stanowiskiem logicznego monizmu a logicznym pluralizmem.

14 S. Haack, *Logika modalna*, s. 191.

15 „Interpretation must involve […] an assignation of words belonging to a natural language to the formal symbols, in such a way that the formulae of the calculus are transformed into sentences of the language. There are conventionally understood ways of doing this: e.g. `… ∨ ...’ becomes `either … or …’. A set of such understood transformations I shall call an *interpretational key*. If interpretation into a natural language is envisaged, this key will very likely be exceedingly complex; think of specifying fully how brackets are to go over into punctuation-marks (such as commas). Once this key is supplied, it seems natural to define a formula of a calculus as a *correct* if the sentences obtained from it under the key are such that any statement made by using them is true, and as *incorrect* if some sentence obtained from it under the key is such that some statement made by using it is false. The calculus may then be said to be *correct* if its theorems and non-theorems coincide respectively with the correct and incorrect formulae”. Zob. *Is There Only One Correct System of Modal Logic?*, „The Aristotelian Society”, Supplementary Volume 33 (1959), s. 25.

Gdy funktor „□” jest interpretowany jako „jest prawdą analityczną”, metajęzykowego charakteru nabywają również pozostałe modalności intensjonalne:
„◊” *nie jest fałszem analitycznym*;
„¬□” *jest analitycznym fałszem*;
„¬□” *nie jest prawdą analityczną*.

W związku z tym, że w **S5** modalności iterowane są pozorne, bo na mocy praw tego systemu redukują się do modalności prostych, unika się tu wspomnianego wcześniej problemu niejednoznaczności funktorów modalnych.

Pojęcie analityczności (prawdy analitycznej) pochodzi od I. Kanta, który określał mianem analitycznych sądy (zdania), których treść orzecznika zawarta jest w treści podmiotu[16]. Jako przykład zdania analitycznego podaje się często następujące zdanie: „Kawaler jest mężczyzną nieżonatym”. Taka definicja ogranicza się jednak wyłącznie do zdań o strukturze podmiotowo-orzecznikowej. Przyjmuje się zatem, że zdanie jest prawdą analityczną, jeżeli jest prawdziwe wyłącznie na podstawie znaczenia występujących w nim wyrażeń, niezależnie od faktów[17].

Aby udowodnić, że poprawną logiką, dla pojęcia konieczności jako analityczności, jest system **S5**, zgodnie z podaną definicją, należałoby pokazać, że przy takiej interpretacji prawdziwe są wszystkie tezy tego systemu, a wyrażenia, które nie są tezami, są fałszywe. Lemmon dowodzi jedynie tego pierwszego. Przeoczenie drugiego warunku zarzuca mu Z. Dywan w *On Lemmon's Interpretation of the Connective of Necessity*[18] i uzupełnia dowód Lemmona o ten brakujący punkt.

K $\Box (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

Jeżeli „p → q” jest prawdą analityczną, to, jeśli jest prawdą analityczną, że „p”, jest prawdą analityczną, że „q”.

Aksjomat **K** stwierdza, że analitycznie prawdziwy poprzednik analitycznie prawdziwego zdania warunkowego ma analitycznie prawdziwy następnik. Oznacza to, że klasa zdań analitycznych jest zamknięta na regułę odrywania (**MP**). Własność ta nie jest powszechnie przypisywana zdaniom analitycznym, niemniej po zastanowieniu trudno ją zakwestionować.

Przy założeniu, że analitycznie prawdziwa jest implikacja „p → q” oraz jej poprzednik, wartość logiczna tego zdania i wartość logiczna poprzednika zależy

16 J. Woleński, *Epistemologia,* t. II: *Wiedza i poznanie*, Kraków 2001, s. 101.
17 Jest to oczywiście duże uproszczenie, gdyż można wymienić ponad 60 definicji analityczności. Por. tamże, s. 101. Wybór przytoczonej tu definicji jest usprawiedliwiony faktem, że posługuje się nią Lemmon.
18 W tym samym artykule Dywan kwestionuje rezultaty uzyskane przez Lemmona dla innych systemów logiki modalnej.

wyłącznie od znaczenia zawartych w nich terminów. Należy wykazać, że prawdziwość następnika może być znana wyłącznie na podstawie znaczenia terminów.

Według podanych wcześniej warunków prawdziwości, przy prawdziwym poprzedniku, wartość logiczna implikacji zależy od wartości następnika. Z założenia, prawdziwość zdania warunkowego i poprzednika jest znana wyłącznie na podstawie znaczenia wyrażeń składowych. Zatem, wartość logiczna następnika musi zależeć wyłącznie od wartości logicznej terminów składowych, co kończy dowód.

T $\Box p \rightarrow p$

Jeżeli „p" jest prawdą analityczną, to p (p jest prawdą).

Interpretacja aksjomatu T jest oczywiście prawdziwa. Zdanie jest prawdą analityczną, gdy jest prawdziwe na mocy znaczenia występujących w nim terminów. A zatem, jeżeli zdanie jest prawdziwe analitycznie, to jest prawdziwe. Zgodnie z aksjomatem T, prawdy analityczne są podklasą wszystkich prawd.

5 $\neg \Box p \rightarrow \Box \neg \Box p$

Jeżeli „p" nie jest prawdą analityczną, to jest prawdą analityczną „p nie jest prawdą analityczną".

Jeżeli pewne zdanie nie jest analitycznie prawdziwe (założenie), to zgodnie z definicją, nie jest prawdziwe wyłącznie na podstawie znaczenia występujących w nim wyrażeń. Innymi słowy, nie można określić wartości logicznej tego zdania znając jedynie znaczenia tychże wyrażeń. Stąd, aby określić to zdanie jako nieanalityczne, wystarczy znać znaczenia jego wyrażeń składowych oraz znaczenia terminu „analityczny". Jest zatem prawdą analityczną, że nie jest prawdą analityczną, że „p", co było do udowodnienia

Reguła konieczności stwierdza, że jeżeli dowolne wyrażenie jest tezą, to jest analitycznie prawdziwe – jest prawdziwe wyłącznie na mocy występujących w nim wyrażeń. Faktycznie, analitycznie prawdziwe są prawa logiki (są one aksjomatami **S5**) – są prawdziwe wyłącznie na podstawie znaczenie funktorów, bez względu na to, jaką wartość przypisze się zmiennym oraz analitycznie prawdziwe są aksjomaty modalne **S5** (zostały wszak dowiedzione na podstawie definicji ich wyrażeń składowych), a analityczność dziedziczy się ze względu na regułę odrywania. Stąd wszystkie tezy **S5** są analitycznie prawdziwe.

Dywan pokazuje, że uzupełnienie argumentu Lemmona o regułę:

$$\frac{\nvdash \varphi \rightarrow \varphi 1, \ldots, \nvdash \varphi \rightarrow \varphi n}{\nvdash \Box\varphi \rightarrow \Box\varphi 1 \vee \ldots \vee \varphi n},$$

gdzie φ, φ_1, φ_n są wyrażeniami niezawierającymi funktora „□", a „$\nvdash \varphi$" oznacza, że wyrażenie φ nie jest tezą systemu **S5**, pozwala udowodnić, że wszystkie wyrażenia, które nie są tezami, są w tej interpretacji fałszywe.

Tym samym zostało dowiedzione, że przy przyjętej definicji analityczności, **S5** jest poprawną logiką modalną dla funktora „jest prawdą analityczną"[19].

Warto przypomnieć, że C. I. Lewis, wprowadzając funktor ścisłej implikacji, a za jego sprawą także funktory modalne, kierował się potrzebą odróżnienia zdań, których wartość zależy od faktów, od tych zdań, które są prawdziwe wyłącznie na mocy ich formy logicznej (czyli znaczenia terminów), niezależnie od faktów.

Powyższe rozważania podejmują niektóre tylko zagadnienia związane z interpretacją funktorów modalnych. Wydaje się, że logika modalna nie tylko nie pozwoliła rozwiązać dawnych problemów dotyczących pojęć modalnych, ale stworzyła problemy nowe, choćby te związane z modalnościami iterowanymi. Natomiast przytoczone argumenty pokazują, że logika **S5** może być uważana za logikę konieczności rozumianej jako analityczność.

Summary

Comments on the Interpretation of the Modal Connectives

Modal logic is intended to be the logic of modality, the logic of necessity and possibility. Modal notions are deeply problematic even without the appeal to modal logic. Moreover, there are a number of modal logics and each of them formalize the logical relations between modal sentences in a different way. The objective of this paper is to present main propositional normal modal calculus and consider selected problems concerning the interpretation of the modal connectives in the propositional modal logic.

[19] Dowód przedstawiony na podstawie artykułu Lemmona *Is There Only One Correct System of Modal Logic*, s. 35-37.

Bibliografia

Dywan Z., *On Lemmon's Interpretations of the Connective of Necessity*, „Logique et Analyse" 28 (1985), s. 369-373.

Haack S., *Logika modalna*, [w:] Woleński J. [red.], *Fragmenty filozofii analitycznej. Filozofia logiki*, C. Cieśliński, A. Sierszulska [przeł.], Warszawa 1997, s. 183-218.

Hughes G. E., Cresswell M. J., *A New Introduction to Modal Logic*, Routledge, London–New York 1996.

Kiczuk S., *O logice modalnej*, „Roczniki Filozoficzne" 52 (2004) nr 1, s. 199-213.

Lemmon E. I., *Is There Only One Correct System of Modal Logic?*, „The Aristotelian Society" Supplementary Volume 33 (1959) s. 23-40.

Lewis C. I., *Survey of Symbolic Logic*, California 1918.

Loux M. J., *Metaphysics: A contemporary introduction*, London–New York 2006.

Perzanowski J., *Logiki modalne a filozofia*, Kraków 1989.

Świrydowicz K., *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2004.

Woleński J., *Epistemologia,* t. II: *Wiedza i poznanie*, Kraków 2001.