Ks. Michał Heller
Instytut Teologiczny, Tarnów

PARADOKSY RUCHU

WPROWADZENIE

Problem ruchu należy do najstarszych i, być może, najważniejszych zagadnień filozofii przyrody. Problem ten zrodził również mechanikę klasyczną — historycznie pierwszy dział nowożytnej fizyki. Co więcej, w zagadnieniach związanych z ruchem aspekty filozoficzne i aspekty fizyczne znajdują się „bardzo blisko siebie"; łatwiej je tutaj pomylić niż w innych zagadnieniach z pogranicza filozofii i nauk. Nic zatem dziwnego, że problematyka ruchu obfituje w polemiki i spory. Niektóre z nich mają bardzo długą historię. Do takich szczególnie uporczywie poruszanych zagadnień należy zespół pytań prowokacyjnie sformułowanych przez Zenona z Elei w postaci tzw. antynomii ruchu. Liczba stron, jakie poświęca im Arystoteles w swojej *Fizyce*, świadczy o tym, że już wówczas paradoksy te wywoływały wiele emocji. Starożytni i średniowieczni uczeni, mimo szeregu prób, nie potrafili poradzić sobie z paradoksami Zenona. Z czasem nawet zaczął utrwalać się pogląd, że „wewnętrzna sprzeczność" należy do istoty ruchu, że ruch jest „z natury" dialektyczny. Powstanie w XVII w. mechaniki klasycznej oraz rachunku różniczkowego i całkowego, początkowo spełniającego wyłącznie rolę usługową w stosunku do mechaniki, nie zmieniło zasadniczo sytuacji. Nowe dziedziny wiedzy (zwłaszcza rachunek różniczkowy i całkowy) miały dosyć problemów z własnymmi podstawami, by świadomie wikłać się w stare paradoksy. Dopiero w XIX w. zbudowano wolne od sprzeczności podstawy dla rachunku różniczkowego i całkowego, ale wówczas stało się jasnym, że antynomie Zenona łączą się także z nowopowstałą teorią mnogości. Gdy wreszcie i ta dziedzina została aksjomatycznie jako tako uporządkowana, zaczęto zadawać sobie pytanie, czy matematyka, jako nauka czysto formalna, w ogóle ma cokolwiek do powiedzenia w sprawie paradoksów ruchu. Zdania podzieliły się: matematycy i filozofowie byli skłonni sądzić, że bez pomocy analiz filozoficznych celu tego nie da się osiągnąć. Najgorętszym propagatorem tego stanowiska był Henri Bergson. Uważał on, iż czasowa przemijalność jest najistotniejszą cechą świata i tylko świadomość ma do niej poznawczy dostęp. Nauki niefilozoficzne są bezsilne wobec paradoksalności ruchu i czasu, ponieważ w swoich analizach nie biorą pod uwagę świadomości. Pogląd ten do dziś jest rozpowszechniony wśród filozofów.

Najbardziej paradoksalnym w tej dyskusji jest fakt, że tak długo dyskutowane zagadnienie należy do bardzo nielicznego zbioru problemów filozoficznych, które już zostały rozwiązane. Jest rzeczą zrozumiałą, że rozważania czysto matematyczne nie odnoszą się do świata i z tej racji bezpośrednio nie mogą odnosić się do problemów związanych z ruchem i czasem. Ale nowożytna fizyka wypracowała metodę matematycznego modelowania świata, która okazuje się skuteczna także w interesującej nas dziedzinie. Jeżeli ruch modeluje się przy pomocy struktur rachunku różniczkowego i całkowego, antynomie Zenona przestają być antynomiami. Dalsza dyskusja nie ma racji bytu. Matematyczny model ruchu nie uwzględnia, rzecz jasna, ludzkiej świadomości, ale też branie pod uwagę świadomości nie jest potrzebne, by zlikwidować antynomie Zenona.

Celem niniejszego artykułu jest pełniejsze uzasadnienie ostatnich zdań. Ponieważ jest on nieco tylko zmodyfikowaną częścią większej całości, uzasadnienie to nie będzie jednak całkiem pełne. Autor tych słów wyraża nadzieję, że gdy całość kiedyś ujrzy światło dzienne, argumenty staną się bardziej zniewalające.

I. DIALEKTYKA RUCHU

Oko skoncentrowane na celu. Maksymalnie napięta uwaga. Bezwiedna chwila decyzji. Teraz! Świst spuszczonej cięciwy. Mięśnie już rozluźnione, ale świadomość jeszcze przez chwilę podąża za malejącym punktem. Strzała przecina powietrze.

Ten piękny gest łucznika-sportowca strzelającego do celu (by nie mówić o mniej pięknej sztuce zabijania) stał się motywem filozoficznej zadumy u samego zarania europejskiej myśli. „Skoro wszytko albo znajduje się w stanie spoczynku, albo w ruchu, i że jest w spoczynku, gdy zajmuje równą sobie przestrzeń, a to, co jest w ruchu, znajduje się zawsze w jakimś 'teraz', wobec tego strzała wypuszczona z łuku stoi w miejscu." Tekst ten wyszedł spod pióra Arystotelesa[1]; filozof ze Stagiry przytacza w nim jeden ze sławnych argumentów Zenona z Elei przeciwko możliwości ruchu. Sprawa miała następującą oprawę historyczną.

[1] *Fizyka* (Biblioteka Klasyków Filozofii), przekł. K. Leśniaka, Warszawa: PWN 1968, księga IV, 239b.

Zjawisko ruchu — przechodzenia z miejsca na miejsce, czy szerzej — proces wszelkiej zmiany, jest czymś tak powszechnym, że bardzo łatwo można go albo całkiem przeoczyć, albo wszędzie widzieć tylko zmienność. Na tę drugą drogę wszedł Heraklit z Efezu (VI/V w. przed Chr.). Z jego pism zachowało się sto kilkadziesiąt fragmentów. Fragment mówiący o tym, że „wszystko płynie" i że „dwa razy nie można wejść do tej samej rzeki" znają prawie wszyscy. Dodajmy jeszcze jeden, mniej znany: „Obawiamy się jednej śmierci, a już wielu śmierciom ulegliśmy" Heraklit niewątpliwie chciał powiedzieć, że w procesie ruchu (zmiany) tkwi pewnego rodzaju sprzeczność: coś jest w danym stanie, ale zarazem w nim nie jest, ponieważ natychmiast, gdy tylko do niego weszło, już go opuszcza. To jest jak rodzenie się, umieranie i znowu rodzenie się. Świat podległy zmianom nie istnieje, lecz nieustannie ginie i staje sie na nowo.

Nie ma wszakże tak oczywistej prawdy, której by prędzej czy później ktoś nie zaprzeczył w imię jeszcze bardziej oczywistych racji. Niektórzy filozofowie uważają Parmenidesa z Elei (V w. przed Chr.) za największego „filozoficznego odkywcę", ponieważ odkrył on pojęcie bytu. Byt to najogólniejsze pojęcie, jakie można sobie pomyśleć; bytem jest wszystko, czemu w jakikolwiek sposób można przypisać istnienie. W tym sensie należy rozumieć słynne powiedzenie Parmenidesa: „Byt jest, a niebytu nie ma". Nie chcę tu wdawać się w metafizyczne spory, ale jest niewątpliwym faktem, że dialektyka Parmenidesa wprowadziła kolosalne zamieszanie do myślenia o zmienności i ruchu. Jeżeli miała ona jakiś pozytywny wpływ na późniejszy rozwój tej dziedziny poznania, to chyba tylko dzięki temu, że wymyślając trudności, zmuszała do ich przezwyciężenia. Punkt wyjścia miał raczej charakter słownej pułapki niż rzeczywistej trudności. Parmenides rozumował następująco: byt mógłby zmienić się tylko w niebyt, ale niebytu nie ma, więc byt jest niezmienny. Ruch i zmiana są tylko złudzeniami naszych zmysłów.[2] Ale jeden z uczniów Parmenidesa, Zenon z Elei, potrafił wyjść poza werbalną żonglerkę i dostrzec zalążki prawdziwych problemów. Jego słynne antynomie ruchu (wyżej przytoczone rozumowanie ze strzałą jest jedną z nich) były pomyślane jako pewnego rodzaju matematyczne argumenty potwierdzające tezę Parmenidesa o niemożliwości ruchu: ruch nie może być czymś rzeczywistym, bo zawiera w sobie sprzeczności. Sprzeczności te, wydobywane niejako na wierzch za pomocą zręcznych rozumowań Zenona, nie tylko frapowały starożytnych, ale okazały się pierwszym ogniwem długiego łańcucha późniejszych dokonań.

Oto jeszcze dwie inne antynomie ruchu, sformułowane przez Zenona. Ciało ma przebyć pewną drogę, ale najpierw musi ono przebyć pół tej drogi,

---

[2] W rozumowaniu Parmenidesa można dopatrzyć się cienia prawdziwego problemu, a mianowicie tych samych trudności, z jakimi musi uporać się teoria mnogości, a które leżą u podstaw paradoksu Russella: czy zbiór wszystkich zbiorów jest elementem samego siebie?

potem pół tej połowy... I tak dalej w nieskończoność. A zatem w każdej drodze mieści się nieskończenie wiele kawałków drogi. Na przebycie choćby najkrótszego kawałka drogi ciało musi zużyć pewien czas, a więc przebycie dowolnie krótkiej drogi musi trwać nieskończenie długo. Antynomia ta nosi nazwę „Dychotomii" (czyli podziału na dwie części). Z kolei w antynomii „Achilles" Zenon dowodził, że szybko biegnący Achilles nigdy nie dogoni bardzo wolno poruszającego się żółwia: zanim Achilles dojdzie do miejsca, w którym przed chwilą znajdował się żółw, ten ostatni przesunie się nieco dalej; gdy z kolei Achilles osiągnie nowe miejsce żółwia, już go tam nie zastanie. I tak bez końca.[3]

W przeciwieństwie do jałowego rozumowania Parmenidesa (jałowego — w każdym razie — z punktu widzenia teorii ruchu), antynomie jego ucznia zwracają uwagę na rzeczywiste problemy. W ujęciu Zenona są one udramatyzowane lecz, jak na owe czasy, dość ścisłe, i dlatego tak fascynują. Ale nie są jeszcze na tyle ścisłe, by likwidować dostrzeżone trudności. Z tej racji urastają do rangi antynomii. Oto lista problemów, które przenikliwy wzrok Zenona wyłowił w zjawisku ruchu: ciągłość, podzielność w nieskończoność, istnienie i natura zbiorów nieskończonych, zagadnienie chwilowej prędkości (a więc także problem granicy ciągu lub funkcji). Problemy te, jeszcze w sposób mglisty i niedookreślony, zostały postawione przez Zenona (chociaż on sam sformułowanie swoich antynomii traktował raczej jako zamknięcie niż postawienie problemu ruchu: ruch obciążony takimi dylematami nie może istnieć). Ażeby problemy te postawić precyzyjnie, trzeba będzie wypracować wiele innych pojęć i „po drodze" rozwiązać cały szereg innych „podproblemów". Wszystko to po około dwudziestu wiekach doprowadzi do powstania rachunku różniczkowego i całkowego (co umożliwi sformułowanie poprawnej mechaniki) a potem teorii mnogości i topologii. Jednakże zanim to nastąpi, myślenie o ruchu będzie odbywać się pod przemożnym naporem paradoksów, zarówno twórczych (jak w przypadku Zenona), jak i czysto werbalnych (jak w przypadku Parmenidesa). Na początku drogi plewy trudno odróżnić od ziarna.

II. ACHILLES I ŻÓŁW PO DWUDZIESTU CZTERECH STULECIACH

Należy pamiętać, że w odniesieniu do historii nauki bardziej niż w odniesieniu do jakiejkolwiek innej historii słuszne jest powiedzenie, iż dzieje zmieniają się w zależności od naszego obecnego stanu wiedzy: nasza obecna wiedza modyfikuje nasze rozumienie historii. W paradoksach myśliciela z Elei

[3] Czwarta antynomia Zenona, zwana „Stadion" jest nieco bardziej skomplikowana i została nam przekazana przez Arystotelesa w bardzo niejasnej formie. Nie będziemy jej tutaj rozważać.

zawiązał się Wielki Problem Ruchu. Ażeby właściwie ocenić ten punkt wyjścia, spójrzmy na paradoksy sformułowane przez Zenona z dzisiejszego punktu widzenia.

Każdemu studentowi fizyki, już po wysłuchaniu pierwszych trzech wykładów tego przedmiotu, doskonale wiadomo, że problemów związanych z ruchem nie da się nawet dotknąć bez rachunku różniczkowego i całkowego. Czy zatem kłopoty Zenona nie wynikają wyłącznie z tego, że nie dysponował on tym potężnym narzędziem matematycznym (uzupełnionym — być może — pewnymi, bardziej subtelnymi rozważaniami z teorii mnogości)? Tak sądzi wielu współczesnych fizyków i matematyków. Jako przykład tego rodzaju stanowiska zacytujmy wypowiedź Carla Boyera, autora znanej książki o historii rachunku różniczkowego i całkowego:

> Na cztery paradoksy [Zenona] oczywiście łatwo odpowiedzieć za pomocą pojęć rachunku różniczkowego. Nie ma żadnych logicznych trudności w dychotomii ani w Achillesie, a niedogodność polega jedynie na tym, że wyobraźnia jest zawodna, gdy chodzi o uchwycenie za pomocą wrażeń zmysłowych istoty zbieżnego szeregu nieskończonego, pojęcia mającego podstawowe znaczenie dla ścisłego wyjaśnienia ciągłości. W paradoksie lecącej strzały tkwi bezpośrednio pojęcie pochodnej, przy pomocy której można natychmiast znaleźć nań odpowiedź. Na argument tego paradoksu, a także i paradoksu stadionu, odpowiedzieć można uzyskać, przyjmując, że odstępy odległości i czasu zawierają nieskończoną liczbę mniejszych części. Analiza matematyczna wykazała, że pojęcie klasy nieskończonej nie jest sprzeczne ze sobą i że trudności występujące tu, a także i w przypadku pierwszych dwóch paradoksów, polegają na tym, że trudno jest pojąć intuicyjnie naturę kontinuum i zbiorów nieskończonych.[4]

Ostatnie zdanie jest zaopatrzone przypisem odsyłającym dociekliwego Czytelnika po dokładniejsze wyjaśnienia do dzieł Bertranda Russella.

Czy zatem antynomie Zenona można uważać za zlikwidowane? Długa lista nazwisk poważnych autorów (Pierce, James, Russell, Whitehead, Bergson, Whitrow...), jeszcze w najnowszych czasach zajmujących się tymi antynomiami, zdaje się przeczyć tezie, zgodnie z którą tylko nieznajomość rachunku różniczkowego i całkowego pozwala dziś na poważne traktowanie trudności wysuniętych przez Zenona. I tak na przykład Whitrow[5] uważa, że samo uwzględnienie rachunku różniczkowego i całkowego nie jest w stanie rozwiązać tych paradoksów Zenona, w które jest bezpośrednio uwikłany problem czasu (według niego są to paradoksy „Dychotomia" i „Achilles"). Rachunek różniczkowy i całkowy stanowi bowiem dział matematyki, a współczesna matematyka całkowicie uwolniła się od jakichkolwiek skojarzeń z czasem (i ruchem). Antynomie logiczne pojawiają się, gdy próbujemy łączyć ze sobą matematyczną hipotezę

---

[4] C.B. Boyer, *Historia rachunku różniczkowego i całkowego i rozwój jego pojęć*, Warszawa: PWN 1964, s. 46.

[5] G.J. Whitrow, *The Natural Philosophy of Time*, 2. Ed., Oxford: Clarendon Press 1980, s. 190-200.

kontinuum i ideę czasowego przemijania. Idea przemijania nie ma swojego odpowiednika w matematyce.[6]

Gdy mowa o „przemijalności czasu", nie mogą nie przyjść na myśl filozoficzne poglądy Henri Bergsona (1859-1941). Sam Bergson miał powiedzieć, „iż wszelka interpretacja jego doktryny, nie umieszczająca trwania w samym środku, nie uchwyci jej prawdziwego znaczenia".[7] Jego zdaniem nauki empiryczne nie są w stanie uchwycić tego, co w rzeczywistości najistotniejsze, a mianowicie ciągłości i przepływania. Nauki albo te dwa elementy całkowicie pomijają, albo przekształcają je w coś nieciągłego i stałego. Dlatego też fizyka wykazuje tendencję do eliminowania ruchu i aspektu czasowości świata. Najczęściej dzieje się to przez zamianę tego, co płynące, na wielkości przestrzenne czyli przez spacjalizację (lub inaczej — geometryzację). Bergson uważa to za swoiste fałszowanie rzeczywistości.

W tym też duchu Bergson rozwiązywał antynomie Zenona.[8] Ściśle rzecz biorąc, jego zdaniem, nie ma w nich nic do rozwiązywania, ponieważ cały problem od samego początku jest źle postawiony. Błąd polega na tym, że Zenon próbował pojęciowo analizować sytuację, z którą może poradzić sobie tylko nasza bezpośrednia intuicja. Nastąpiła tu spacjalizacja: gdy przebyta droga zastępuje ruch, musi nastąpić sfałszowanie rzeczywistości; w pojęciu drogi zostaje zagubiony najistotniejszy element — przepływanie.

Wyraz „przepływanie" znaczy dla nas tylko o tyle, o ile wiąże się z naszą bezpośrednią intuicją ruchu i trwania. Ruch — podobnie jak zjawiska organiczne lub psychiczne — jest niepodzielny, zawsze musi być traktowany jako całość. Ruch z A do B i z B do C to nie to samo, co ruch z A do C. Jeżeli nie odwołać się do bezpośredniej intuicji, to strzała nie doleci do celu i Achilles nie dogoni żółwia.

W rozumowaniu Bergsona odbija się echem przekonanie Arystotelesa, że matematyka nie dysponuje wystarczająco bogatymi środkami, aby opisać różnorodność świata ludzkich doświadczeń. Procesy, w których mamy do czynienia z wrażeniami płynięcia czy przemijania (ruch, czas) są typowymi przykładami tych aspektów rzeczywistości, wobec których matematyczno-empiryczna metoda nauk przyrodniczych pozostaje bezradna.

Znane jest wystąpienie Bergsona przeciwko ogólnie przyjmowanej przez fizyków interpretacji szczególnej teorii względności. W oddzielnej książce

---

[6] W związku z tym Whitrow twierdzi, że „pojęcie czasowego przemijania pociąga za sobą to, że istnieje granica w podzielności czasu oraz to, że chociaż hipoteza o ciągłości czasu jest wygodna z matematycznego punktu widzenia, stanowi ona tylko idealizację a nie rzeczywistą charakterystykę fizycznego czasu" (jw. s. 200).

[7] E. Gilson, T. Langan, A.A. Maurer, *Historia filozofii współczesnej*, Warszawa: Pax 1977, s. 280.

[8] Zajmował się nimi w *Essai sur les données immédiates de la conscience* (Paris 1889) oraz w *L'évolution créatrice* (Paris 1907).

poświęconej temu zagadnieniu[9] Bergson wykorzystał wyżej przedstawione argumenty do zwalczania względności równoczesności i różnego płynięcia czasu w różnych układach odniesienia (Bergson nazywał to twierdzeniem „o wielości czasów"). Jego zdaniem wnioski te wynikają ze spacjaliacji czasu i dotyczą jedynie mierzalnego aspektu czasu. Jeżeli w rozważaniach uwzględnić świadomość obserwatorów, to natychmiast ujawnia się absolutność równoczesności i jedyność uniwersalnego czasu. Bergson do końca nie dał się przekonać, że jego interpretacja nie tylko wykracza przeciwko zasadom metodologicznym fizyki, ale opiera się na błędzie dotyczącym czysto fizycznej strony szczególnej teorii względności.[10]

Podobne poglądy (często wyrażane w znacznie bardziej spłyconej postaci) są i dziś bardzo rozpowszechnione. Co o nich sądzić?

III. JAK MODELUJE SIĘ ŚWIAT?

Poglądy, których dość typowym porzedtawicielem jest Bergson, nie są pozbawione pewnej słuszności, ale tkwi w nich zasadniczy błąd. Błąd jest natury metodologicznej i polega na tym, że od nauk empirycznych (dla ustalenia uwagi myślmy o fizyce) domagamy się, by opisywały pewien fragment rzeczywistości, czyli mniej lub bardziej wiernie kopiowały go w pewnym językowym tworzywie (np. w języku matematyki). W konsekwencji mamy pretensję do fizyki o to, że wprawdzie doskonale radzi sobie z różnymi obliczeniami dotyczącymi „ilościowej strony" ruchu, ale nie potrafi „ująć we wzory" wrażeń płynięcia i przemijania, jakie z ruchem wiąże nasza intuicja. Tymczasem nauki o stopniu zaawansowania porównywalnym z tym, jakim odznacza się fizyka, nie opisują lecz modelują pewne dziedziny rzeczywistości. Różnica jest zasadnicza. Od modelu (w technicznym znaczeniu tego wyrażenia) nie żąda się, by był on „zmniejszoną kopią" lub „przełożeniem na język wzorów" (jak opis) tego fragmentu rzeczywistości, który podlega modelowaniu. Zabieg modelowania polega na tym, iż przyjmuje się, że pewna struktura matematyczna reprezentuje pewien aspekt struktury świata. Poświęćmy chwilę uwagi, by wniknąć nieco głębiej w sens tego określenia.

A więc napierw mamy pewną strukturę matematyczną. Najczęściej jest nią pewien układ równań wraz z wszystkimi elementami niezbędnymi do tego, by równania były poprawnie określone (przestrzeń, na której równania działają, warunki wymagane od rozwiązań, dane początkowe, itp.). Skąd się tę strukturę bierze? W zasadzie jest to zupełnie nieważne. Historia uczy, że badacze wpadali na jej trop w bardzo rozmaity spsób: błyskiem olśnienia,

---

[9] *Durée et simultanéité (A propos de la théorie d'Einstein)*, Paris: Alcan 1922.

[10] Obszerniej piszę na ten temat w art. *Henri Bergson i szczególna teoria względności*, Znak [w druku].

długoletnimi poszukiwaniami, metodą prób i błędów, kierowaniem się intuicją i wyczuciem... W każdym jednak wypadku odkrycie właściwej struktury matematycznej było poprzedzone głęboką znajomością problemu (i to zwykle zarówno jego teoretycznej, jak i doświadczalnej strony) i na ogół starannie przygotowywane stopniowym dojrzewaniem w pracach poprzedników.

Ale struktura matematyczna, o której mowa, nie jest traktowana jako część matematyki, lecz jest odnoszona do świata. Tu właśnie mamy do czynienia z najsubtelniejszym momentem całego zabiegu modelowania świata. Najogólniej rzecz ujmując, struktura to układ relacji pomiędzy pewnymi elementami (niekiedy układ piętrowy, tzn. zawierający także relacje między relacjami, itd.). Natura tych elementów pozostaje nieistotna; poza tym, że elementy wchodzą w relacje pomiędzy sobą, struktura niczego więcej o nich nie mówi. Jeżeli tego rodzaju struktura jest zakodowana w symbolach matematycznych, nazywa się ją *strukturą matematyczną.*[11] Tak rozumianą strukturę matematyczną odnosimy do świata, zakładając, że ten sam układ relacji, czyli ta sama struktura, stanowi architekturę świata. Założenie to jest pewnego rodzaju dekretem, na mocy którego światu (lub pewnej jego „części") przypisujemy takie same własności strukturalne, jakie konstytuują daną strukturę matematyczną. W ten sposób czysto formalna struktura matematyczna staje się strukturą świata. Takie odnoszenie struktury matematycznej do świata będziemy nazywać *reprezentowaniem* świata (lub jego części) przez tę strukturę matematyczną.

Z powyższego wynika, że wyjaśnianie świata przez zabieg konstruowania jego matematycznych modeli jest zawsze wyjaśnianiem strukturalistycznym, to znaczy matematyczny model świata przedstawia świat zawsze jako pewną strukturę i nic jak tylko pewną strukturę. Treści pozastrukturalne (np. natura elementów, pomiędzy którymi zachodzą relacje tworzące strukturę) nie są brane pod uwagę w procesie modelowania.

Struktura jest pewną całością, w której na ogół nie da się wyodrębnić poszczególnych części (struktura zasadniczo nie jest sumą swoich części). Można natomiast mówić o pewnych aspektach struktury. Na przykład chcąc podkreślić fragmentaryczość naszej wiedzy o strukturze, możemy stwierdzić, że znamy jedynie pewne jej aspekty. Ponieważ w procesie matematycznego modelowania świata, świat jest traktowany (na mocy milczącego założenia całej metody) jako struktura, konsekwentnie należy raczej mówić, że modelujemy pewien aspekt struktury świata, niż że modelowaniu poddajemy pewną jego „część".

W procesie matematycznego modelowania świata zawsze występuje pewna idealizacja, ale nie polega ona na zakładaniu, że dana struktura

[11] Nie muszę dodawać, że nie jest to precyzyjne określenie struktury matematycznej, lecz jedynie dość popularny opis tych pojęć z nią związanych, które są niezbędne do zrozumienia istoty zabiegu matematycznego modelowania świata.

matematyczna tylko w przybliżeniu reprezentuje strukturę świata, lecz na przyjęciu, iż reprezentuje ona jedynie pewien wybrany aspekt struktury świata. Ale — i to jest bardzo ważne — milcząco zakłada się (zwłaszcza w fundamentalnych teoriach fizyki), że wyodrębniony aspekt świata jest dokładnie reprezentowany przez daną strukturę matematyczną.

Zauważmy, że w całej procedurze nigdzie dotychczas wprost nie wystąpiły badania empiryczne. Dla metody matematycznego modelowania świata są one jednak bardzo istotne, ale pojawiają się niejako na dwu jej „końcach". Najpierw w fazie przygotowawczej. Nie można bowiem wyobrazić sobie trafnego wyboru struktury matematycznej bez uprzednich badań empirycznych. Ostateczny wybór struktury może dokonać się błyskiem geniuszu, ale błysk geniuszu nie bierze się z niczego, musi on wynikać z głębokiej wiedzy, obejmującej także doświadczalne dzieje problemu. A potem badania empiryczne pojawiają się w ostatniej fazie, jako uwiarygodnienie całego procesu modelowania. Jeżeli, operując formalnie strukturą matematyczną, potrafimy wydedukować z niej jakieś związki czysto formalne, które po odniesieniu ich do świata można sprawdzić doświadczalnie i jeżeli wyniki doświadczeń potwierdzą tego rodzaju teoretyczne przewidywania, to model uważa się za uwiarygodniony. Cud metody matematycznego modelowania świata polega na tym, że takie uwiarygodnienie matematycznych modeli często rzeczywiście ma miejsce, i to z wysokim stopniem precyzji!

Mimo tego, że badania doświadczalne pojawiają się „na końcach" procesu modelowania, należą one do samego rdzenia tej metody. One to bowiem (w wypadku sukcesu uwiarygodnienia modelu) są jedynym usprawiedliwieniem skądinąd czysto konwencjonalnego dekretu, na mocy którego daną strukturę matematyczną uważamy za reprezentującą pewien aspekt struktury świata. Właśnie z tej racji zabieg konstruowania matematycznych modeli świata stanowi zasadniczy element empirycznej metody naukowej.

IV. PARADOKSY I PRZEMIJALNOŚĆ

Czy racje mają ci, którzy wraz z Boyerem utrzymują, że nowoczesne sformułowanie rachunku różniczkowego i całkowego, teorii mnogości oraz ewentualnie innych działów matematyki całkowicie likwiduje paradoksy Zenona, czy ci, którzy za Bergsonem upierają się, iż metody matematyczne nigdy nie uchwycą płynięcia ruchu i przemijania czasu? Jak zwykle w tego rodzaju sporach, racja znajduje się po obydwu stronach, ale i obydwie strony popełniają błędy.

Ruch i czas są pewnymi aspektami struktury świata i dlatego rozważania z zakresu czystej matematyki nie są w stanie rozwikłać paradoksów związanych z ich naturą. I to jest punkt dla Bergsona. Ale z drugiej strony nie da się tych paradoksów rozwiązać bez pomocy matematyki. I pod tym względem rację ma Boyer. Nie dostrzega on jednak tego, że oprócz samej matematyki trzeba również wziąć pod uwagę metodologiczny zabieg modelowania świata za pomocą struktur matematycznych. Precyzja struktur matematycznych w połączeniu z ich funkcją reprezentowania pewnych aspektów struktury świata (w tym wypadku czasu i ruchu) całkowicie likwidują paradoksalność paradoksów Zenona.

Przyjrzyjmy się nieco bliżej strukturze matematycznej, która w nowożytnej fizyce służy do modelowania ruchu (lub ogólniej — zmienności). Jest nią — najogólniej rzecz ujmując — aparat rachunku różniczkowego (i całkowego). Ważnym elementem tej struktury jest pojęcie funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej. Mamy zatem zmienną niezależną, która przebiega oś liczb rzeczywistych (lub jakiś jej przedział) i zmienną zależną, która również należy do zbioru liczb rzeczywistych. Gdy modelujemy szczególny przypadek zmienności, jakim jest ruch, zmienna niezależna (zwykle oznaczana przez t) reprezentuje czas, a zmienna zależna — drogę przebytą w danym czasie (zwykle oznacza się ją przez s). Zachodzi więc funkcyjna zależność przebytej drogi od czasu. Pochodna drogi po czasie ds/dt reprezentuje prędkość chwilową ruchu.

W tym prostym modelu ruchu oś liczb rzeczywistych reprezentuje czas. Podobną funkcję oś liczb rzeczywistych spełnia w wielu innych zagadnieniach fizycznych; możemy krótko powiedzieć, że czas w fizyce jest często modelowany przez oś liczb rzeczywistych. Trzeba przyznać, że jest to bardzo precyzyjny model czasu. Jeżeli przyjąć, że poszczególne liczby rzeczywiste reprezentują poszczególne chwile, to w modelu tym w naturalny sposób pojawia się prawie wszystko, co wiążemy z odczuciem płynięcia i przemijania czasu, a więc: następstwo chwil, ciągłość tego następstwa, podzielność czasu na dowolnie małe przedziały, itp. Nie ma w nim jednak samego *wrażenia* płynięcia i przemijania. Po prostu psychologiczne wrażenie przemijania czy płynięcia nie jest częścią modelu (zajmuje się nim psychologia a nie fizyka). Ale każdy, kto choć raz zetknął się z tzw. naturalną topologią osi liczb rzeczywistych i tzw. naturalnym porządkiem na tej osi, natychmiast doceni z jak wielką precyzją, nieosiągalną w żadnej intuicyjnej analizie, następstwo liczb rzeczywistych modeluje następstwo chwil w subiektywnym procesie „płynięcia" czasu.

W omawianym tu modelu czasu nie pojawia się również pewna własność czasu, która stanowi ważny element w naszym doświadczeniu przemijania, a mianowicie nieodwracalność. W związku z tym należy uczynić dwie uwagi: Po pierwsze, odpowiedniość pomiędzy strukturami matematycznymi a pewnymi aspektami struktury świata jest na ogół zdumiewająca i jeżeli w danej strukturze matematycznej nie pojawia się jakaś własność, której moglibyśmy oczekiwać, to bardzo często nie dzieje się to bez powodu. Można sądzić, że tak też jest tym razem. Otóż nie wykluczone, że nieodwracalność nie jest istotną cechą czasu, lecz tylko jego własnością przejawiającą się w skali makroskopowej. We współczesnych teoriach pól kwantowych istnieją poważne racje przemawiające za tym, że w skali mikroskopowej kierunek czasu może ulegać odwróceniu (antycząstki można uważać za cząstki żyjące w odwróconym czasie). Po drugie, nie jest prawdą, że nieodwracalności czasu nie można modelować matematycznie. Najczęściej robi się to przy pomocy struktury matematycznej, w której pojawia się funkcja zwana entropią. Ale jest to już inny model upływania czasu, funkcjonujący w obszarze fizyki makroskopowej.

Gdy dysponujemy modelem czasu, aparat rachunku różniczkowego bardzo sprawnie modeluje proces zmiany jako zależność (funkcję) danej wielkości (tego, co się zmienia) od czasu. Pochodna tej zależności po czasie reprezentuje chwilową prędkość zmiany. Ale i tym razem psychologiczne wrażenie płynięcia nie jest częścią modelu. Mimo to, Bergson zdecydowanie nie ma racji, gdy twierdzi, że nauka unieruchamia świat (spacjalizuje ruch). Pojęcie pochodnej (drogi po czasie w przypadku ruchu) doskonale modeluje proces zmiany, jej ciągłość i chwilową prędkość a równocześnie przechodzenie do następnej fazy. Powtórzmy to jeszcze raz: „bezpośrednia intuicja" — do której tak często odwołuje się Bergson — a tym bardziej jej wyrażenie w języku potocznym, pod względem precyzji nie może równać się z matematycznym modelem w ujmowaniu zjawiska ruchu i zmiany.

Do pełnego rozwiązania paradoksów Zenona nie wystarczy oczywiście szkolne ujęcie rachunku różniczkowego. Jak wiadomo, ażeby poprawnie zdefiniować takie pojęcia jak granica czy pochodna funkcji, nie można obyć się bez pomocy teorii mnogości i topologii. Ale i to jeszcze nie wszystko: celem przejścia od „czystej matematyki" do świata badanego przez fizykę, musimy posłużyć się metodą modelowania. Dopiero precyzyjna matematyka plus teoria konstruowania matematycznych modeli rzeczywistości likwidują antynomie Zenona z Elei.

I na końcu jeszcze jedna uwaga: idealizacja, będąca nieuniknionym składnikiem procesu modelowania świata, nie jest zniekształcaniem rzeczywistości danej nam w bezpośredniej intuicji poznawczej (jak utrzymuje Bergson i jego zwolennicy), lecz metodologicznym zabiegiem, który pozwala naszemu ograniczonemu umysłowi stawić czoła ogromnemu bogactwu (a może nawet niewyczerpalności) struktury świata. Idealizacja nie zniekształca świata, lecz umożliwia jego badanie. Żeby to dostrzec, wystarczy pomyśleć na przykład o badaniu świata subkwantowego. Matematyczne modele obiektów subkwantowych nie zniekształcają rzeczywistości danej nam w bezpośredniej intuicji poznawczej, po prostu dlatego, że żadna „bezpośrednia intuicja" do subkwantowego świata nie sięga; bez matematycznych modeli niczego o tym świecie byśmy nie wiedzieli. To naprawdę cud, że metoda ta działa aż tak skutecznie!

UWAGI KOŃCOWE

Historia nauki jest przede wszystkim historią „diania się" problemów, ale zanim problem zacznie się „dziać", musi zostać postawiony. Często mówi się, że problem źle postawiony nie może mieć rozwiązania. Jest jednak również prawdą, że problem daje się precyzyjnie postawić dopiero wtedy, gdy znane jest jego rozwiązanie. I dlatego na początku ewolucyjnego ciągu dociekań problemy są stawiane mgliście, ale zawsze twórczo. Problemy postawione nietwórczo historia nauki niemiłosiernie eliminuje (chyba tę prawdę ma wyrażać powiedzenie o tym, że źle — to znaczy nietwórczo — postawione problemy nie mają rozwiązań). Z punktu widzenia fizyki problem zmiany Parmenides postawił nietwórczo; jego wersję problemu historia fizyki zignorowała. Natomiast paradoksy Zenona ujmowały problem niejasno, wikłały go w prawdziwe i pozorne trudności logiczne, ale był w nich twórczy ferment. Od antynomii Zenona rozpoczął się ciąg dziejowy wiodący do precyzyjnego zdefiniowania pojęć funkcji, granicy, pochodnej, zbiorów nieskończonych, kontinuum i wielu innych o podstawowym znaczeniu dla matematyki. Była to jedna z dwu gałęzi, którymi przebiegał proces matematyzacji ruchu. Druga gałąź miała charakter bardziej fizyczny. Dynamika jest nauką o ruchach odbywających się pod działaniem sił. Twórcze postawienie problemu dynamiki okazało się niezwykle trudne i skomplikowane. W takich wypadkach twórcza strategia polega na tym, by z pytania trudnego wyłuskać pytanie łatwiejsze i najpierw spróbować się z nim zmierzyć. Jeżeli nie potrafimy odpowiedzieć na pytanie, co dzieje się z ciałem, na które działają rozmaite siły, postawmy pytanie, co dzieje się z ciałem, na które nie działa żadna siła. Tak sformułowane pytanie prowadzi do pierwszej zasady dynamiki. Ale to już jest inne zagadnienie.

PARADOXES OF MOTION

Summary

Strangely enough, antinomies of Zeno of Elea are still discussed among philosophers. Some of the thinkers claim that all antinomies of motion were resolved by the invention of calculus; some other object that mathematics, being a purely formal discipline, cannot deal neither with motion nor with time. The view of Henri Bergson is well known according to which in order to grasp the passing instant of time and the fluent stream of motion human consciousness must be taken into account. All empirical sciences spatialize time and freeze motion, and consequently they must be supplemented by philosophical investigations. The author of the paper agrees that mathematics as such is neutral with respect to problems of time and motion, but emphasizes that mathematical structures can model physical situations. He argues that Zeno's antinomies are completely resolved if calculus is used to model motion. The rate of instantaneous change is effectively modelled by the concept of derivative.